

## 事例5 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考える指導事例

○学年 第3学年

○主な領域 C 関数

○事例のポイント

- ① 日常の事象から問題を設定し、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学的に解決することができるようにする。
- ② ICT端末を用いて、表計算ソフトの同時編集機能を活用することで、実験結果を瞬時に共有したり、グラフ化したりすることができるようにする。

### 1 単元名 関数 $y = ax^2$

#### 2 単元について

第1学年では、比例、反比例を学習し、第2学年では、一次関数を学習している。いずれにおいても、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察する力を漸次高めてきている。

第3学年では、この学習の上に立って、具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べるを通して、関数 $y = ax^2$ について考察する。その際、表、式、グラフを相互に関連付けながら、変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深める。そして、これらの学習を通して、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察することができるようにする。

また、日常の事象や社会の事象には既習の関数では捉えられない関数関係があることを学習することにより、関数の概念の広がりを実感できるようにし、中学校における関数についての学習内容を一層豊かにするとともに、後の学習の素地となるようにする。

#### 3 単元の目標

- (1) 関数 $y = ax^2$ についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりすることができる。  
〈知識及び技能〉
- (2) 関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察することができる。  
〈思考力・判断力・表現力等〉
- (3) 関数 $y = ax^2$ について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。  
〈学びに向かう力、人間性等〉

#### 4 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
① 関数 $y = ax^2$ について理解している。 ② 事象の中には関数 $y = ax^2$ として捉えられるものがあることを知っている。 ③ いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。	① 関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。 ② 関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができる。	① 関数 $y = ax^2$ のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとしたり、問題解決の過程を振り返って評価・改善したりしようとしている。

5 指導と評価の計画

時間	ねらい・学習活動	評価規準（評価方法） ・指導に生かす評価 ○記録に残す評価		
		知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
1 ・ 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>y = ax^2</math> で表される関数とその特徴を理解する。</li> <li>・ <math>y</math> は <math>x</math> の 2 乗に比例するという見方を知る。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 知①② (行動観察)</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 態① (行動観察)</li> </ul>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 与えられた条件から <math>y = ax^2</math> の式を求める。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 知① (小テスト)</li> </ul>		
4 ・ 5	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 関数 <math>y = ax^2</math> (<math>a &gt; 0</math>) のグラフとその特徴を理解する。</li> <li>・ 関数 <math>y = ax^2</math> (<math>a &lt; 0</math>) のグラフとその特徴を理解する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 知① (行動観察)</li> </ul>		
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 関数 <math>y = ax^2</math> のグラフと <math>a</math> の値との関係を調べる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 知① (行動観察)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 思① (行動観察)</li> </ul>	
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 方眼のないグラフで、<math>y = ax^2</math> の <math>a</math> の値の違いから式とグラフの対応を判断する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 知① (行動観察)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 思① (行動観察)</li> </ul>	
8	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ グラフから、関数 <math>y = ax^2</math> の <math>y</math> の値の増減を調べる。</li> <li>・ <math>a &gt; 0</math> のときの関数 <math>y = ax^2</math> の増減について調べたことをもとに、<math>a &lt; 0</math> の場合の <math>y</math> の値の増減をまとめる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 知① (行動観察)</li> </ul>		
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>x</math> の変域に制限があるときの <math>y</math> の変域を求める。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 知① (行動観察)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 思① (行動観察)</li> </ul>	
10	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 関数 <math>y = ax^2</math> の変化の割合を求める。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 知① (行動観察)</li> </ul>		
11	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 平均の速さを求める。</li> <li>・ 一次関数 <math>y = ax + b</math> と関数 <math>y = ax^2</math> の特徴をくらべてまとめる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 知① (小テスト)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 思① (小テスト)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 態① (行動観察)</li> </ul>
⑫ 本時	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 身の回りの場面から問題を設定し、関数 <math>y = ax^2</math> を利用して問題を解決する。</li> <li>・ 身の回りに関数 <math>y = ax^2</math> と関わりの</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 思② (行動観察) (ノート)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 態① (行動観察) (振り返り)</li> </ul>

	深い事象があり、関数を利用して解決できることがあることを知る。			
13	・図形の移動による面積の変化を、関数 $y = ax^2$ を利用して調べる。		・思② (行動観察)	・態① (行動観察)
14	・身の回りにおけるいろいろな関数を知る。	・知②③ (行動観察)		・態① (行動観察)
15	・学習内容の定着を図る。 ・章末問題や副教材、ドリルアプリケーションに取り組む。	・知①②③ (行動観察)	・思①② (行動観察)	○態① (行動観察)
16	・学習内容の定着を確認する。 ・評価テストを行う。	○知①②③ (評価テスト)	○思①② (評価テスト)	

## 6 本時について (本時 12/16 時)

### (1) 本時の目標

- ・ふりこの長さや周期の間に関数関係があることを見だし、問題を解決する方法を説明することができる。  
(思考力・判断力・表現力等)
- ・関数 $y = ax^2$ のよさを実感して粘り強く考え、問題解決をしようとしている。  
(学びに向かう力、人間性等)

### (2) 展開

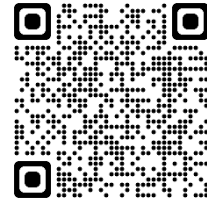
学習活動	教師の発問 (◎) 予想される生徒の反応 (・)	評価規準 (◇) 支援 (⇒) 指導上の留意点 (○)	時間
1 問題を把握する。			7
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>問題</p> <p>平成30年に山口県で開催された山口ゆめ花博で、日本一長いブランコが製作されました。どのくらいの長さでしょうか。</p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 60%;"> <p>◎日本一長いブランコの長さはどのくらいでしょうか。</p> <p>・5m ・10m ・30m</p> <p>◎何がわかれば、ブランコの長さがわかるでしょうか。</p> <p>・時間 ・重さ ・ふれ幅</p> </div> <div style="width: 35%; border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px;"> <p>事例のポイント① 日常の事象から問題を設定する。</p> </div> </div> <div style="margin-top: 10px;"> <p>○ブランコ(ふりこ)の長さと時間に関数関係があることに気付かせる。</p> <p>○小学校の理科で学習したおもりの重さやふれ幅は関係がないことを知らせる。</p> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <p>編 P64 指導計画 作成の留意事項(3)</p> </div>			

2 課題1を設定する。

課題1

ふりこの周期（ふりがが1往復する時間）と長さの間には、どんな関係があるかを調べてみましょう。

※実験動画二次元コード



3 グループ活動に取り組む。

編 P64 指導計画作成の留意事項(2)

事例のポイント②

表計算ソフトの同時編集機能を活用し、実験結果を瞬時に共有することで、実験の時間を短縮することができる。また、瞬時に表やグラフができる。

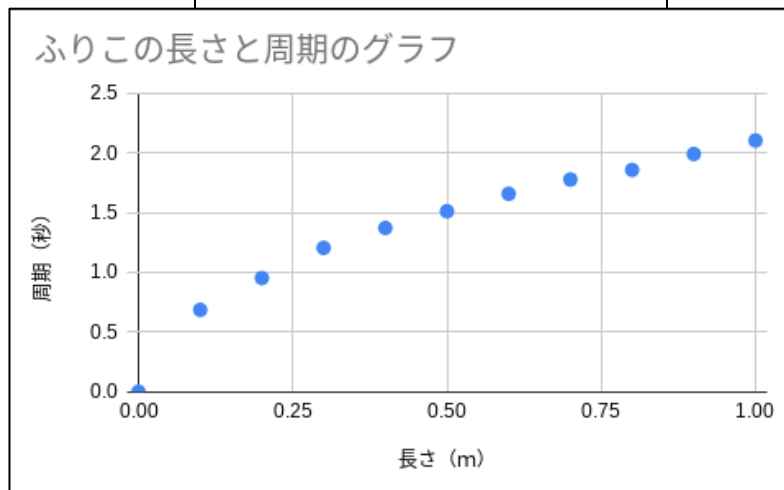
- 10 cm、20 cm、…、100 cmのふりことストップウォッチを準備し、それぞれの長さの実験を10班に分担する。
- 表計算ソフトで、実験結果を共有できるようにする。

※表計算ファイルあり

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
2	①実験でそれぞれの長さの周期を求めてみよう。						水色のセルに半角数字で入力しよう！					
3	★3往復するのにかかった時間を調べ、入力しよう。						時間は小数第1位までを入力しよう！					
4		1班 10cm	2班 20cm	3班 30cm	4班 40cm	5班 50cm	6班 60cm	7班 70cm	8班 80cm	9班 90cm	10班 100cm	
5	メンバー 出席番号	1,2,3	4,5,6	7,8,9	10,11,12	13,14,15	16,17,18	19,20,21	22,23,24	25,26,27	28,29,30	
6	1回目	2.1	2.9	3.6	4	4.6	4.9	5.1	5.4	6	6.2	
7	2回目	2	2.9	3.6	4.2	4.4	5	5.4	5.6	5.9	6.4	
8	3回目	2	2.9	3.6	4.1	4.6	5	5.3	5.6	5.9	6.3	
9	4回目	2.1	2.8	3.6	4.1	4.5	4.9	5.5	5.7	6	6.2	
10	5回目	2.1	2.8	3.7	4.2	4.6	5.1	5.4	5.6	6.1	6.5	
11	5回の時間の合計	10.3	14.3	18.1	20.6	22.7	24.9	26.7	27.9	29.9	31.6	
12	5回の時間の合計÷3	3.4	4.8	6.0	6.9	7.6	8.3	8.9	9.3	10.0	10.5	
13	周期の平均	0.7	1.0	1.2	1.4	1.5	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	

②実験結果を表にまとめると以下のようになります。

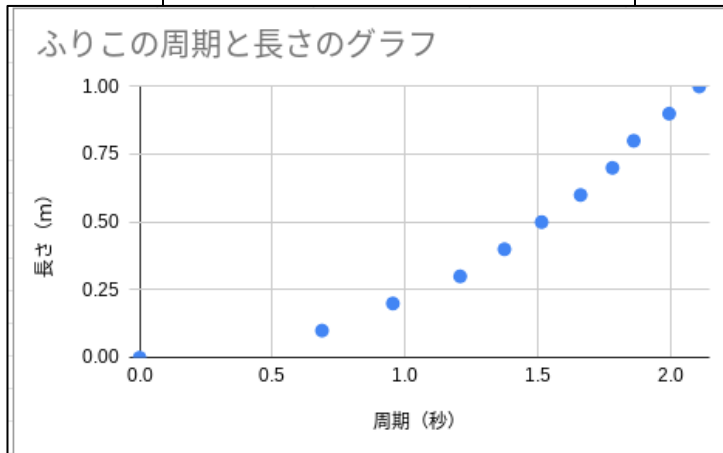
長さ(m)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
周期(秒)	0	0.7	1.0	1.2	1.4	1.5	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1



◎先程のグラフからは関係性が見つかからないので、縦軸と横軸を長さや周期を入れかえるとこのようになりました。

◎長さや周期を入れかえると、以下のようになります。

周期(秒)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
長さ(m)	0	0.7	1.0	1.2	1.4	1.5	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1



◎長さや周期の間には、どんな関係がありますか。

- ・変化の割合が一定ではない。
- ・長さが周期の2乗に比例しているようだ。
- ・グラフが放物線のようになっているから、 $y = ax^2$ の関係があるとみなすことができそうだ。

◇ふりこの長さや周期の間に関数関係があることを見いだすことができる。

【思・判・表①】

(行動観察)

(ノート)

⇒変化の割合に着目させる。

⇒誤差の扱いについて留意し、長さや周期を入れかえると、長さが周期の2乗に比例しているとみなすように指導する。

⇒実験結果を理想化・単純化して考えさせる。

4 課題2を設定する。

3

課題2

日本一長いブランコの周期は11秒です。課題1をもとに、長さを求める方法を説明し、長さを求めてみましょう。

5 課題2を解決する。

◎日本一の長いブランコの長さを求める方法を説明しましょう。

- ・表から、周期が5.5倍になるとき、長さが $5.5^2$ 倍になることを読み取り、基準にした長さを $5.5^2$ 倍してブランコの長さを求める。

○電卓を使用してもよいことを知らせる。

17

事例のポイント①  
 日常の事象から問題を設定し、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学的に解決することができるようにする。

編 P64 指導計画作成の留意事項(2)

予備実験の結果

周期(秒)	0.9	…	1.8	…	2	…	11
長さ(m)	0.2	…	0.8	…	1	…	

2倍 (0.9 → 1.8, 2 → 4)  
 5.5倍 (2 → 11)  
 2<sup>2</sup>倍 (0.2 → 0.8)  
 5.5<sup>2</sup>倍 (1 → 30.25)

•  $1 \times 5.5^2 = 30.25$

答え 30.25m

• 周期を $x$ 秒、長さを $y$ mとして、 $x$ と $y$ の関係から式を求め、 $x = 11$ を代入して $y$ の値を求める。  
 式を求めると、 $y = 0.25x^2$   
 だから、 $x = 11$ を代入して、

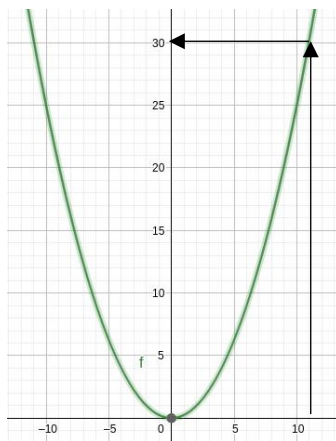
$$y = 0.25 \times 11^2$$

$$y = 30.25$$

答え 30.25m

• グラフから、 $x = 11$ のときの $y$ の値を読み取ることで、ブランコの長さ(高さ)を求める。

答え およそ30m



◇問題を解決する方法を説明することができる。

【思・判・表②】

(行動観察)

(ノート)

⇒何が分かれば、長さを求められるかを考えさせる。

⇒実験結果を理想化・単純化して考えさせる。

⇒表、式、グラフを相互に関連付けて、長さを求める方法を考えさせる。

○式を求められたら、デジタルツールを活用して、グラフをもとに解決させる。

6 本時の学習をまとめる。

まとめ

日常の事象を関数とみなして、表・式・グラフをもとに問題を解決することができる。

3

7 本時の学習を振り返る。

◎今日の学習の振り返りを入力し、提出しましょう。

◇関数 $y = ax^2$ のよさを実感して粘り強く考え、問題解決をしようとしている。

【態①】

(行動観察)

(振り返り)

2

## 7 考察

本時は、ふりこの実験からデータを収集し、ICT端末を活用してデータをグラフ化するなど、日常の事象を関数とみなして、表、式、グラフをもとに問題を解決する学習場面である。

「1 問題を把握する」場面では、ふりこの長さや周期の関数関係と日常の事象を結び付け、ブランコの問題から課題を設定した。【事例のポイント①】

「3 グループ活動に取り組む」の場面では、まず、ふりこの長さや周期の関係を調べるために、数学的活動として実験を行った。次に、ICT端末を活用して実験結果を集計することで、実験やグラフにする時間短縮を図り、生徒が思考する時間を増やした。また、実験結果を理想化・単純化することで、関数 $y = ax^2$ とみなすことを目標とした。生徒の多くはグラフから $y$ が $x$ の2乗に比例しているとみなしており、表から $y$ が $x$ の2乗に比例しているとみなすことの困難さを感じた。実験から課題解決を目指したことで、生徒が主体的に粘り強く取り組むことができた。事前準備として、表計算ソフトで集計用シートを作成しておく必要がある。【事例のポイント②】

「5 課題2を解決する」の場面では、表、式、グラフを適切に選択して、ブランコの長さを説明させることをねらいとした。式で説明できた生徒には「グラフで説明できないか」、グラフで解決したい生徒には「式を求めればグラフがかけるのではないか」「デジタルツールを活用してはどうか」等の発問を通して、課題2を式、グラフを相互に関連付けて考察し、解決することができた。しかし、表で解決することは実験結果のばらつきがあり困難だった。実際の答えは30mであることを知らせた後、生徒が導き出した答えは妥当なのかを吟味・議論することで関数への理解を深めることができた。また、関数と「みなす」ことの指導を通して、数学的活動の楽しさや数学のよさを感じさせることもできた。【事例のポイント③】

事後指導として、関数を活用し、白熱電球とLED電球の費用を比べたり、相似な図形を活用し、実測できない建物の高さを調べたりする等、日常の事象で数学的に解決できること等を考えさせるとよい。